IUT ORSAY. DEVOIR SURVEILLE n°3 Semestre S'1

Mesures Physiques (durée 2h30) mercredi 28 juin 2006

Tous documents interdits sauf les calculettes non-graphiques et non-programmables ainsi que les formulaires fournis… et repris en fin d'épreuve.

Conseils :

- Séparez les exercices de façon visible et respectez la numérotation… il n'y a pas d'exercice I mais il y a un AI, un BI, un CI…
- N'oubliez pas que la correction doit être rapide en raison des jurys, si votre copie est trop en bazar vous risquer de perdre des points !
- Le sujet est un peu long mais le barème en tient compte : n'allez pas trop vite, faites bien ce que vous savez faire !

A.Intégrale de Riemann

A-I. Les trois méthodes élémentaires

Calculer les intégrales suivantes :

1. $I_1 = \int \frac{x^3 - x^2 + x}{x^2 + x + 2}.dx$
2. $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(x)}{1+\cos^2(x)}.dx$
3. $I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x-1).\sin(2x).dx$

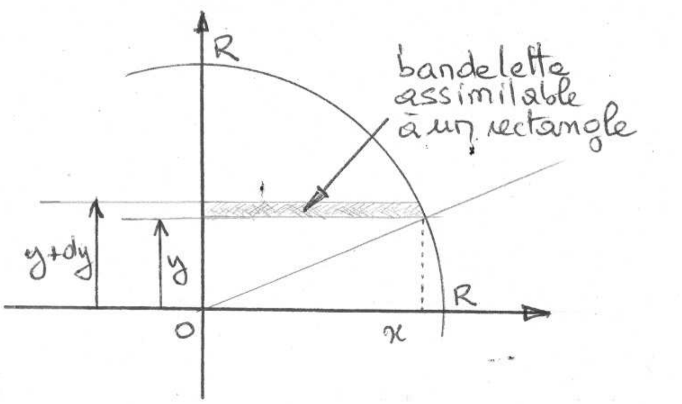
A-II. Avec un peu plus d'astuce

1. $I_4 = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{x.\sin(x^2)}{1+\cos(x)}.dx$ (on observera l'intervalle d'intégration…)
2. $I_5 = \int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{3}}} \frac{x.\sin(x^2)}{1+\cos(x^2)}.dx$ (on cherchera un changement de variable…)

A-III. Intégrale appliquée

On souhaite redémontrer la formule donnant l'aire d'un disque en utilisant une intégrale et pour cela on utilise un quart de disque de rayon R, découpé en « bandelettes » de hauteur dy comme le montre le dessin ci-contre.

En acceptant que, pour dy très proche de 0 les bandelettes sont assimilables à des rectangles, exprimer l'aire dS d'une bandelette et en déduire l'aire d'un quart de disque… puis du disque entier.



B.Développements limités

B-I. Développements usuels

Au voisinage de 0, construire :

1. Un DL4 de $\cos(x).(1-\cos(x))$
2. Un DL4 de $\cos(1-\cos(x))$
3. Un DL4 de $\dfrac{\cos(1-\cos(x))}{1+x}$
4. Un DL4 de $\sin(\dfrac{\pi}{6}+x)$
5. Un DL4 de $\ln(\cos(x))$

Les différents cas seront séparés et les résultats seront encadrés

B-II. Développement récurrent

On donne $\tan(x)=x+x.\varepsilon(x)$

En déduire un DL2 au voisinage de 0 de $1+\tan^2(x)$.

En déduire un DL3 au voisinage de 0 de $\tan(x)$ en indiquant comment .

En déduire un DL4 au voisinage de 0 de $1+\tan^2(x)$.

En déduire un DL5 au voisinage de 0 de $\tan(x)$.

C.Equations différentielles

C-I. Résoudre les équations ordinaires suivantes

1. (E1) : $x^2.y'+y=3$
2. (E2) : $x^2.y'+y=x.e^{\frac{1}{x}}$ (On distinguera deux cas, suivant que x soit dans $\mathbb{R}_+^*$ ou dans $\mathbb{R}_-^*$)
3. (E3) : $y'-3x^2.y=x^2$
4. (E4) : $3y''+5y'+2y=x+e^{-x}$
5. (E5) : $y''-\sqrt{3}.y'+y=\sin(x)$

C-II. Equation différentielle et développement limité

On admet que y est fonction de x infiniment dérivable en 0 et que y vérifie l'équation différentielle $x.(y')^2+3(y-1)=\sqrt{1+x}$ avec $y'(0)>0$.

Préciser alors le DL2 de y au voisinage de 0 et une valeur approchée $y(0,1)$ à 0,01 près.

Barème provisoire susceptible de légères modifications au vu des premières copies

AI	AII	AIII	BI	BII	CI	CII	Total
4	2	2	6	1,25	6,25	2,5	24

Méthode de calcul :
Note DS = Arrondi au ½ point le plus proche de (Total*20/22)
Note n°3 = 0,2*Moyenne(Interrogations) + 0,8*Note D S + Points de bonus des devoirs

Exemple :
Quelqu'un qui aurait obtenu 0 ; 0 ; 0 ; 10 en interrogations et 10 en DS avec +1,25 de bonus en devoir se retrouvera avec la note 09,75
Sur le semestre, la note globale de mathématiques est obtenue en affectant aux trois notes les coefficients prévus dans la base de donnée… et annoncés en début de semestre.