IUT ORSAY.	DEVOIR SURVEILLE n°2	Semestre S'1
Mesures Physiques	(durée 2h)	15 mai 2006

Tous documents interdits sauf les calculettes non-graphiques et non-programmables ainsi que les formulaires fournis… et repris en fin d'épreuve.

A.Complexes et second degré

Résoudre algébriquement (et exactement) l'équation $z^2 + 3jz + 1 - j = 0$.

On n'oubliera pas que le symbole $\sqrt{A}$ n'a aucune signification si A n'est pas un réel positif…

B.Complexes et troisième degré

Développer $(1+j)^3$. Préciser la partie réelle, la partie imaginaire, le module et un argument de $(1+j)^3$.

Résoudre l'équation $z^3 = 2(1-j)$.

C.Outils géométriques

Dans l'espace muni du repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ on donne trois points $A(0;1;3),\ B(1;0;2),\ C(3;3;0)$.

1. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, en déduire un vecteur $\vec{N}$ orthogonal au plan (ABC) et une équation cartésienne du plan (ABC).
2. Calculer le volume du pavé dont trois arêtes sont OA, OB et OC, l'aire du triangle (ABC) et enfin la distance de l'origine O au plan (ABC).
3. Calculer la distance AC, la distance de O à (AC) et en déduire l'aire du triangle (OAC). Vérifier le résultat en utilisant un produit vectoriel.
4. Quelles sont les coordonnées du projeté orthogonal de O sur la droite (AC) ?

D.Dérivées et différentielles

Exprimer la différentielle de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \tan(x).\mathrm{Arctan}(x)$	2. $f(x) = \mathrm{Arctan}(x^2)$	3. $f(x) = \mathrm{Arctan}^2(x)$
4. $f(x) = \dfrac{1+\cos(2x)}{1-\cos(2x)}$	5. $f(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$	6. $f(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

E.Différentielle et estimations

1. On donne $f(x) = \sin(x) + \mathrm{Arcsin}(x)$. Calculer $f(0)$ et la différentielle de f en 0. En déduire une valeur approchée de $f(0{,}02)$ puis de $f(0{,}05)$.
2. Une fonction inconnue g est telle que $g(-3) = 1$ et $g'(-3) = -0{,}2$. Estimer $g(-2{,}9)$.
3. Une fonction de deux variables indépendantes vérifie $h(x;y) = xy^2 + y\,\mathrm{Arctan}(x)$. Estimer la variation de l'image lorsque $(x;y)$ varie de $(1;0)$ à $(0{,}9;0{,}1)$. On donnera d'abord une réponse exacte puis une valeur approchée à 0,01 près.

F. Différentielle et problèmes « physique »

F-I. Plongée sous-marine

On mesure l'intensité lumineuse en unités SI grâce à une cellule photo - électrique de surface connue et dont la normale est orientée verticalement « vers le haut ».
L'intensité lumineuse L qui règne à la profondeur p (en mètres) dans la mer vérifie la relation : $L = L_0.e^{-kp}$ où L_0 désigne l'intensité lumineuse en surface et où k est un coefficient d'autant plus grand que l'eau est trouble.

1. Sachant qu'à 30 mètres de profondeur on a $L = \frac{L_0}{3}$, quelle est la valeur de k ?
2. Estimer alors la diminution de luminosité, exprimée en pourcentage de L_0, lorsque la profondeur passe de 30 mètres à 31 mètres. La réponse sera donnée avec 3 chiffres après la virgule.

F-II. Oscillations

Une quantité R dépend de x selon la relation $R = \cos(\omega x) + \sqrt{3}\sin(\omega x)$.

1. Calculer la différentielle de R.
2. Montrer que R peut s'écrire sous la forme $R = k.\cos(\alpha - \omega t)$ où on précisera k et α.
3. Calculer à nouveau la différentielle de R en partant de cette nouvelle expression… Les résultats vous semblent-ils compatibles ?
4. On s'aperçoit que $x = \ln(1+t^2)$ … donc que R est fonction de t : calculer $\frac{dR}{dt}$.

F-III. Vitesse et parcours de courbe

Le plan est muni d'un repère orthogonal où les coordonnées sont x et y.

Le point M suit la courbe d'équation $\begin{cases} x = \dfrac{\sin(t)}{1+t^2} \\ y = \cos(t) \end{cases}$ où le temps t varie de 0 à 2π. Cette courbe est fournie en annexe.

1. Lorsque $t = \pi$ le point M est en A : placer le point A sur le dessin.
2. Lorsque $y = -0,5$ quelles sont les positions possibles de M ? Les placer sur le dessin en les appelant $M_1, M_2, M_3...$ l'indice maximum donnant le nombre de positions possibles.
3. Lorsque la vitesse du projeté orthogonal de M sur l'axe des ordonnées est $-0,5$ quelles sont les positions possibles de M ? Les placer sur le dessin en les appelant $P_1, P_2, P_3...$ l'indice maximum donnant le nombre de positions possibles. Pour chacune de ces positions, calculer la vitesse du projeté sur l'axe des abscisses. On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 0,01 près.

Barème provisoire susceptible de légère modifications :

A	B	C	D	E	FI	FII	FIII	Total
2	1,75	4	2,5	3	2,5	2,5	2,5	20,75

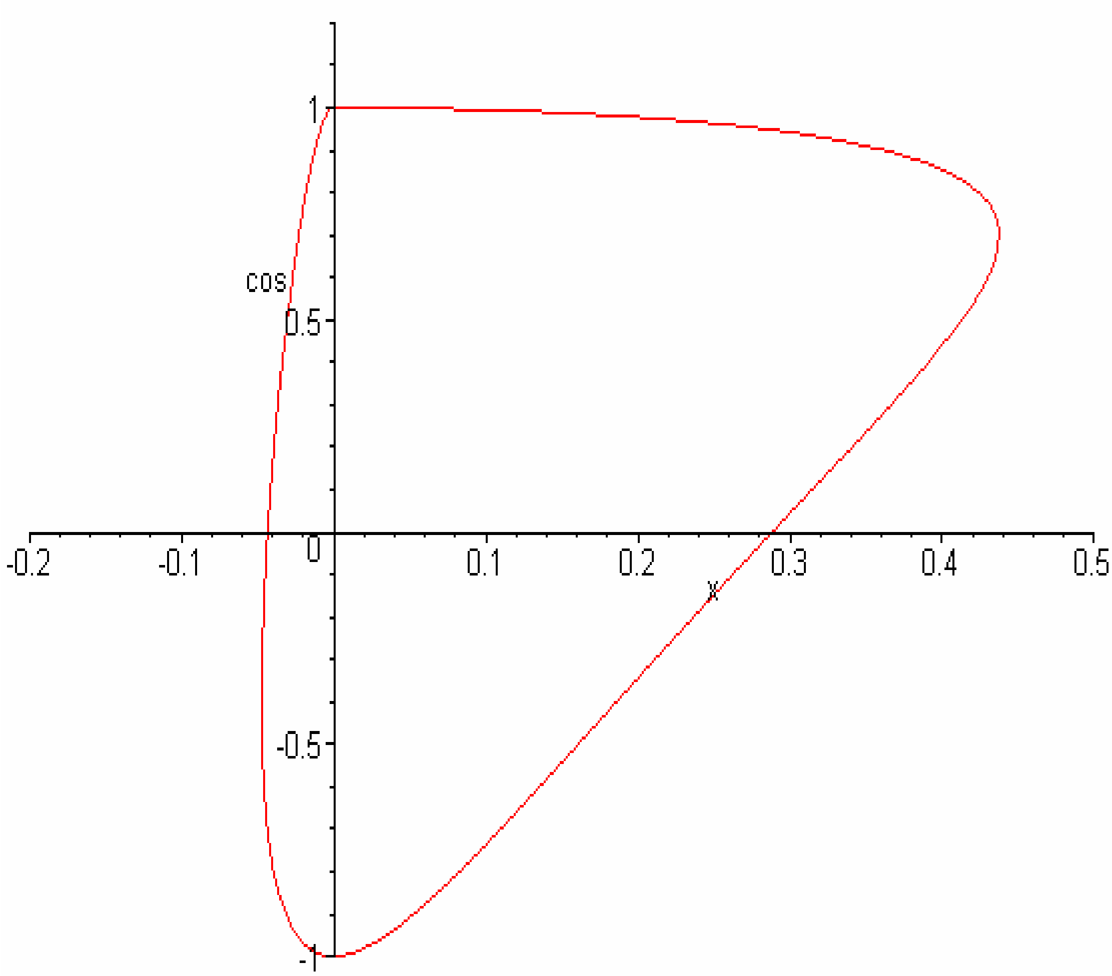
$$\text{Note} = \text{Arrondi au } \frac{1}{2} \text{ point supérieur du NbDePoints}$$

Nom :

Prénom : **Semestre S'1**

Groupe de TD : **15/05/2006**

Annexe DS2 (15 mai 2006)
à rendre avec la copie…



Le repère n'est pas orthonormé