IUT ORSAY. DEVOIR SURVEILLE n°2 Semestre S1

Mesures Physiques (durée 2h) Décembre 2006

Tous documents interdits sauf les calculettes non-graphiques et non-programmables ainsi que les formulaires fournis en cours.

A. Différentielles

A-I. Calculs systématiques

Calculer les différentielles de :

$f_1(x) = x\ln(1+x^2)$	$f_2(x) = \dfrac{e^{3x+1}}{x}$	$f_3(x) = \sin(\ln(1+\sqrt{x}))$

A-II. Applications

a. Estimation et fonction connue

On donne $f(x) = \dfrac{1+\sin(x)}{2+\cos(2x)}$. Calculer la variation estimée de $f(x)$ lorsque x varie de 0 à 0,03

b. Estimation et fonction inconnue

La fonction f est inconnue mais on sait que $f(1)=5$ et $f'(1) = -\dfrac{3}{2}$. Estimer $f(0{,}96)$.

c. Problème de vitesse

Sur la courbe d'équation $y = \dfrac{\sin(x^2)}{1+x^2}$, le point $M(x,y)$ se déplace de sorte que la vitesse de son projeté sur l'axe des abscisses est x. Lorsqu'il passe à l'abscisse $\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}$, quelle est la vitesse de son projeté sur l'axe des ordonnées ?

B. Intégrales

B-I. Calculs systématiques

a. Calculer les intégrales suivantes

$I_1 = \displaystyle\int_0^2 \frac{2x^2+1}{3-x}dx$	$I_2 = \displaystyle\int_0^1 \frac{2x^2+1}{2+x^2}dx$
$I_3 = \displaystyle\int x^2 \text{ Arctan}(x)dx$	$I_4 = \displaystyle\int_0^{+\infty} x.e^{-2x}dx$

b. Un cas plus délicat…

Montrer que $\cos^4(\theta) = \dfrac{3}{8} + \dfrac{\cos(2\theta)}{2} + \dfrac{\cos(4\theta)}{8}$.

Calculer $J = \displaystyle\int_0^1 \frac{1}{(1+x^2)^3}dx$ en posant $x = \tan(\theta)$.

B-II. Applications

a. Débit moyen

Le débit d'une source naturelle est variable. On le mesure toutes les 4 secondes et on obtient le relevé suivant où t représente le temps en secondes et d le débit en $dm^3.s^{-1}$:

$t=$	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60
$d=$	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2

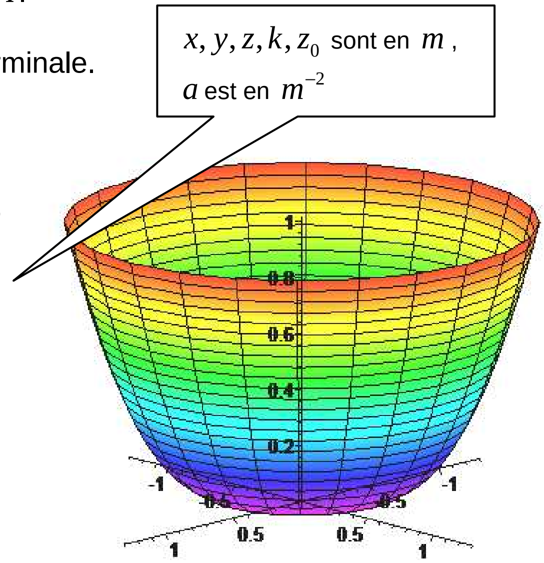
1. On suppose le débit constant entre deux mesures. Estimer le volume d'eau écoulé en une minute.
2. Quel est le débit moyen au cours de cette minute
3. On modélise le débit de cette source en utilisant un tableur. La fonction choisie pour représenter le débit est $f(t) = -0,0003t^2 + 0,0194t + 0,1565$. Recalculer la valeur moyenne, toujours au cours de la première minute, en utilisant la fonction f et non plus le tableau de mesures.

b. Calcul d'une aire

$\mathcal{P}$ désigne la parabole d'équation $y = x^2$ et on souhaite calculer l'aire A du domaine situé entre cette parabole et la droite d'équation $y = 1$. On découpe cette surface en bandelettes comprises entre les droites d'équations $y = h$ et $y = h + dh$.

1. Quelle est l'aire d'une bandelette ? On la notera dA.
2. Calculer A.
3. Retrouver ce résultat en utilisant la méthode de terminale.

c. Calcul d'un volume



1. Calculer $\int_0^1 \text{Arccos}(u)du$
2. Un récipient est obtenu en faisant tourner autour de l'axe Oz la courbe du plan yOz dont une équation est $z = z_0 - k\cos(ay^2)$ avec $a > 0$ (voir dessin). Pour calculer le volume de ce récipient, on le découpe en galettes assimilables à des cylindres compris entre les plans d'équations $z = h$ et $z = h + dh$. Montrer que le rayon d'une galette est $r(h) = \sqrt{\dfrac{\text{Arccos}(\frac{z_0 - h}{k})}{a}}$.
3. Dans le cas où z_0, k et a ont pour valeur numérique 1, déterminer le volume d'une galette puis en déduire le volume du récipient. on donnera la valeur exacte puis une valeur arrondie au dm^3 près.

C.Polynômes : Factorisations

1. Factoriser les polynômes $P_1(x) = 9x^4 + 5x^2 + 1$ et $P_2(x) = 9x^4 + 4x^2 - \dfrac{12}{9}$
2. Quel est l'ordre de la racine -2 dans le polynôme $Q(x) = 3x^4 - 17x^3 + 30x^2 - 12x - 8$?
3. Sachant que $2 - j$ est racine de $R(x) = 4x^4 - 15x^3 + 16x^2 + 5x$ factoriser ce polynôme dans $\mathbb{R}[X]$.

Barème provisoire susceptible de légères modifications au vu des copies.

AI	AII	BI	BII	C	Total
2,5	3,5	5	5,5	3,5	20