IUT ORSAY. **DEVOIR SURVEILLE n°1** Semestre S1

Mesures Physiques (durée 2h) 9 novembre 2006

Tous documents interdits sauf les calculettes non-graphiques et non-programmables ainsi que les formulaires fournis en cours.

A. Notions angulaires

Un secteur angulaire de sommet O a pour frontières les demi-droites [OA) et [OB). Sa mesure est $\frac{25\pi}{41}$.

1. Combien peut mesurer l'angle géométrique $\widehat{AOB}$?
2. Combien peut mesurer l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)$?

B. Équations trigonométriques

Résoudre les équations suivantes où x désigne un réel inconnu :

1. $\cos(4x-\frac{\pi}{8})=\sin(x)$
2. $3\cos(x)+4\sin(x)=\frac{5}{2}$
3. $\text{Arcsin}(x)=\text{Arccos}(\frac{1}{10})+\text{Arccos}(\frac{1}{9})$
4. $\text{Arccos}(x)=\text{Arcsin}(\frac{1}{10})+\text{Arcsin}(\frac{1}{9})$

C. Complexes

Le complexe z est tel que $z=\frac{1+e^{j2\omega}}{e^{j\omega}-j}$.

1. Écrire z sous la forme $\lambda.e^{j\theta}$ où λ et θ sont des réels.
2. Préciser le module, un argument, la partie réelle et la partie imaginaire de z lorsque…
   a) $\omega=\pi$
   b) $\omega=2\pi$

D. Géométrie

D-I. L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

On donne $A(1;2;0)$, $B(2;-3;0)$.

1. Quelle est la distance de l'origine à la droite (AB) ?
2. Quelles sont les coordonnées de H, projeté orthogonal de O sur (AB) ?
3. Comment peut-on vérifier la cohérence des deux résultats précédents ?

D-II. L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

On donne $A(-2;0;1)$, $B(0;1;1)$, $C(1;-1;-2)$

1. Former une équation du plan (ABC)
2. Quelle est l'aire du triangle ABC ?
3. Quel est le volume du pavé dont trois arêtes sont $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$?
4. Quelle est la distance de O au plan (ABC) ?

5. Quelles sont les coordonnées de H, projeté orthogonal de O sur le plan (ABC) ?
6. La droite (BC) perce le plan xOz en D et perce le plan xOy en E, quelles sont les coordonnées de ces deux points ?

E. Fonctions et dérivées

E-I. Un cas classique

La fonction f est telle que $f(x) = \text{Arctan}(x) + \text{Arctan}(\frac{1}{x})$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Calculer $f(1)$ et $f(-1)$.
3. Les résultats des questions précédentes vous semblent-ils cohérents ? Expliquer !

E-II. Et une réciproque

La fonction f est définie dans $[1;+\infty[$ par la relation $f(x) = \frac{e^x}{x}$.

1. Calculer $f'(x)$ et en déduire un intervalle J tel que f soit une bijection de $[1;+\infty[$ vers J.
2. Combien valent $f(2)$ et $f'(2)$? En déduire une équation de la tangente à la courbe au point représentant f au point d'abscisse 2.
3. En notant f^{-1} la réciproque de f, déduire des questions précédentes la valeur de $\left[f^{-1}\right]'(\frac{e^2}{2})$

Barème provisoire

A	B	C	DI	DII	EI	EII	Total
2	4	3	3	4,5	1,5	2	20