Tous documents interdits sauf les calculettes non-graphiques et non-programmables ainsi que les formulaires fournis… et repris en fin d'épreuve.

A. Arcs et angles

a) Un angle géométrique $\widehat{AOB}$ mesure $\frac{\pi}{6}$. Quelles sont les mesures possibles de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)$?

b) Un angle orienté $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)$ mesure $\frac{961\pi}{4}$. Quelles sont les mesures possibles de l'angle géométrique $\widehat{AOB}$?

B. Trigonométrie

B-I. Valeurs trigonométriques

a) On donne $\begin{cases} \cos(\alpha) = \frac{1}{3} \\ \alpha \in [\pi; 2\pi] \end{cases}$ quelle sont les valeurs de $\tan(\alpha), \cos(2\alpha), \tan(2\alpha)$.

b) On donne $\begin{cases} \tan(\alpha) = 4 \\ \alpha \in [\pi; 2\pi] \end{cases}$ quelle sont les valeurs de $\tan(2\alpha), \sin(2\alpha), \cos(2\alpha)$.

B-II. Equations trigonométriques

Résoudre les équations suivantes où x désigne un réel inconnu :

a) $\sin(4x) = \cos(x - \frac{\pi}{3})$

b) $2.\cos^2(x) + 3.\sin^2(x) = 2$

c) $2.\cos(x) + 3.\sin(x) = 2$

C. Trigonométrie réciproque

C-I. Vérification d'égalités

Les égalités suivantes sont-elles vraies :

a) $\text{Arcsin}(\frac{6}{7}) - \text{Arcsin}(\frac{5}{7}) = \text{Arcsin}(\frac{12\sqrt{6} - 5\sqrt{13}}{49})$

b) $\text{Arcsin}(\frac{6}{7}) + \text{Arcsin}(\frac{5}{7}) = \text{Arcsin}(\frac{12\sqrt{6} + 5\sqrt{13}}{49})$

C-II. Résolution d'équations

a) $\text{Arcsin}(x) = \text{Arccos}(\frac{7}{10}) - \frac{\pi}{2}$

b) $\mathrm{Arcsin}(x) = \mathrm{Arcsin}(2x) + \dfrac{\pi}{2}$

C'est la question la plus « difficile » du sujet

D.Nombres complexes

On rappelle que j (complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$) vérifie $j^2 = -1$.

D-I. Module et argument…

On donne un réel α et on pose $z = \dfrac{e^{j3\alpha} - e^{j\alpha}}{1 + e^{j2\alpha}}$ où

Déterminer en fonction de α le module et un argument de z.
Y a-t-il des valeurs de α pour lesquelles le complexe z serait réel ?

Quel est le module de z si $\alpha = -\dfrac{\pi}{4}$?

D-II. Equations

Résoudre les équations d'inconnue complexe z :

a) $z^3 = j + \sqrt{3}$

b) $jz^2 - 4z - j = 0$

D-III. Une application « mécanique »

Dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ du plan deux tiges OA et OB, rigides et de longueur 1 tournent à vitesses constantes (ω_A pour OA et ω_B pour OB) autour de O par rapport au repère, ces vitesses étant exprimées en unités de longueur par unité de temps.
Un « élastique » infiniment souple relie A à B.
Sachant qu'à l'instant initial $(t = 0)$ on a $(\vec{i}, \overrightarrow{OA}) = \alpha$ et $(\vec{i}, \overrightarrow{OB}) = \beta$ exprimer la longueur de l'élastique en fonction du temps t.

Application numérique : Avec $\omega_A = \dfrac{4\pi}{5}$, $\omega_B = \dfrac{3\pi}{5}$, $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$, $\beta = -\dfrac{\pi}{8}$ quelle est, au millième près, la longueur de l'élastique après 3 unités de temps ?

Barème provisoire, susceptible de modifications…

A	BI	BII	CI	CII	DI	DII	DIII	Total
1	2	3,5	3	3,5	2	2	3	20