IUT ORSAY. DEVOIR SURVEILLE n°3 Semestre S1

Mesures Physiques (durée 2h) 17 janvier 2005

Tous documents interdits sauf les calculettes non-graphiques et non-programmables ainsi que les formulaires fournis… et repris en fin d'épreuve.

A.Méthodes élémentaires d'intégration

Calculer les intégrales suivantes :

a) $\int_0^1 \frac{x^2-4x-1}{x-2}.dx$

b) $\int \frac{\ln^2(x)+2\ln(x)-1}{x}.dx$

c) $\int \frac{2}{2+x^2}.dx$

B.Equations différentielles

B-I. … du 1^er ordre

a) Résoudre l' équation $(x-2)y'+y=x^2+x+1$

b) Résoudre l'équation $\frac{xy'}{2}-y=x^2$ où $x\in]-\infty;0[$

c) Résoudre l'équation $x+y=\ln(y')$. Déterminer la constante sachant que $x=0 \Rightarrow y=0$ et en déduire une valeur approchée à 0,01 près de y lorsque $x=\frac{1}{2}$.

B-II. … du 2^nd ordre

a) Résoudre l'équation $y''-y'+\frac{1}{2}y=0$

b) Résoudre l'équation $2y''-y'-3y=e^{-x}$

C.Intégrales curvilignes

Les coordonnées cartésiennes sont notées x et y, *les coordonnées polaires sont notées* r et θ

C-I. … de 1^ère espèce

a) La courbe C a pour équation $\begin{cases} x=t^2+1 \\ y=2t \end{cases}$ où t varie de 0 à 1

- On donne le résultat suivant : $\int \sqrt{1+t^2}.dt = t.\sqrt{1+t^2}+\ln(t+\sqrt{1+t^2})+Cste$. Quelle est alors la valeur de $\int_0^1 \sqrt{1+t^2}.dt$
- Quelle est la longueur de la courbe C ?

b) La courbe C a pour équation $y=e^{2x}$ où x varie de 0 à 1. Un fil matériel suit cette courbe et a pour densité linéïque de masse au point d'abscisse x, $\mu(x)=e^{4x}$.

Quelle est la masse totale de ce fil matériel ? On donnera une valeur approchée à 0,1 près.

C-II. … de 2nde espèce

La courbe C_1 a pour équation $\begin{cases} x = t^2 - t + 1 \\ y = t^2 + 2t \end{cases}$ où t varie de 0 à 1 et la courbe C_2 est le segment de droite allant du point $A(1;0)$ au point $B(1;3)$.

Un champ de forces $\vec{F}$ est tel que, au point $M(x;y)$ on a $\vec{F}\begin{pmatrix} x-y \\ -x \end{pmatrix}$

Préciser les coordonnées des points aux extrémités de C_1.

Quel est le travail W_2 de $\vec{F}$ lors du parcours de C_2 .

En déduire le travail W_1 de $\vec{F}$ lors du parcours de C_1 .

C-III. …et en partant d'une forme différentielle

Le champ $\vec{E}$ est tel que, au point de coordonnées $(x;y)$ on a $\vec{E}\begin{pmatrix} \dfrac{2+y^2}{1+y^2} \\ \dfrac{3-3y^2-2xy}{(1+y^2)^2} \end{pmatrix}$.

- Question préliminaire : Calculer la dérivée par rapport à y de $\dfrac{y}{1+y^2}$.
- Montrer que $\vec{E}$ dérive d'un potentiel $U(x;y)$ et déterminer ce potentiel sachant qu'il vaut 1 au point de coordonnées $(1;0)$.
- Calculer la circulation de $\vec{E}$ le long de la courbe C d'équation polaire $r = \dfrac{6\sin^4(\theta)+\cos^2(\theta)}{1+\tan^2(\theta)}$ où θ varie de 0 à $\dfrac{\pi}{4}$. On donnera d'abord la valeur exacte puis une valeur approchée à 0,01 près.

Barème provisoire et approximatif :

A	BI	BII	CI	CII	CIII	Total
3	4,5	3,5	4	2,5	2,5	20