IUT ORSAY. Mathématiques : DS n°1 Semestre S1
Mesures Physiques (durée 2 heures) 04/10/2004

Tous documents interdits sauf les calculettes non-graphiques et non-programmables ainsi que les formulaires fournis… et repris en fin d'épreuve.

A.Trigonométrie

A-I. Equation d'un type connu

Rappeler la valeur de $\cos(\frac{\pi}{4})$ et en déduire la valeur de $\cos(\frac{\pi}{8})$.

Résoudre l'équation suivante où x est un réel inconnu : $\sqrt{2+\sqrt{2}}.\cos(x)-\sqrt{2-\sqrt{2}}.\sin(x)=\sqrt{3}$.

A-II. Equation d'un autre type connu

Résoudre l'équation suivante où x est un réel inconnu : $2.\sin^2(x)+7.\sin(x)+3=0$

B.Complexes

B-I. Module et argument

Déterminer en fonction de α le module de z tel que $z=j\frac{1+e^{j2\alpha}}{2.e^{j\alpha}}$.

Donner une valeur de l'argument de z si $\alpha=\frac{3\pi}{4}$?

B-II. Résolution d'équation « puissance »

c désigne le complexe $2.(j+\sqrt{3})$. Déterminer le module et un argument de c

Résoudre l'équation $z^3=c-4$ où z désigne un complexe inconnu.

C.Limites, fonctions continues, fonctions dérivables

C-I. Limites

(1) A l'aide d'encadrements et du « théorème des gendarmes » montrer que :

a) $\lim_{x\to 0}\frac{x}{2-\sqrt{1+x}}=0$ b) $\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{2-\sqrt{1+x}}=0$

(2) En utilisant les propriétés usuelles (sommes, produits, quotients et composées) et les limites connues, déterminer les limites suivantes :

a) $\lim_{x\to 0}\frac{2-\sqrt{4+x}}{3x}$ b) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin(5x)}{\tan(2x)}$

C-II. Continuité et dérivabilité

On donne une fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telle que $f(x)=\begin{cases} x.e^{\sin(\frac{1}{x})} & \text{si } x\neq 0 \\ 0 & \text{si } x=0 \end{cases}$. En utilisant les théorèmes usuels sur les limites, montrer que f est continue en 0 et étudier sa dérivabilité en 0.

C-III. Dérivées usuelles

En admettant que ces dérivées existent, calculer $f'(x)$ lorsque :

a) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ et $f(x)=\sin(x).\sqrt{1+x^2}$

b) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ et $f(x)=\sin(\sqrt{1+x^2})$

c) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ et $f(x)=\dfrac{\sin(x)}{\sqrt{1+x^2}}$

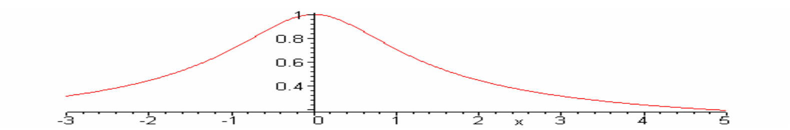
D. Différentielle totale

D-I. Différentielle et estimation

On donne $f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{1+x}}$. Estimer la variation de $f(x)$ lorsque x varie de 3 à 3,08.

D-II. Différentielle et dérivée

Un point $M(x;y)$ mobile se déplace sur la courbe d'équation $y=\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ tracée dans un repère orthonormé où l'unité est le mètre. Le dessin (en réduction) fourni ci-dessous donne l'allure de la courbe.



En passant par le point d'abscisse $\sqrt{3}$, la vitesse du projeté orthogonal de M sur l'axe des abscisses est $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ [m/s] : quelle est alors la vitesse du projeté orthogonal de M sur l'axe des ordonnées ? Comment peut-on interpréter le signe de cette vitesse ?

E. Questions de cours : trigonométrie réciproque

a) Quelle est la valeur exacte de $\text{Arcsin}(\sin(\frac{295\pi}{3}))$ puis de $\text{Arcsin}(\cos(\frac{295\pi}{3}))$?

b) Peut-on dire que pour tout x on a $\text{Arcsin}(\sin(x))=\sin(\text{Arcsin}(x))$? Si oui, le démontrer et sinon, donner un contrexemple.

c) Quels sont les ensembles de départ et d'arrivée de la fonction $\text{Arcsin}()$? Rappeler quelle est sa dérivée… ***et le redémontrer***.

Barème approximatif susceptible de modification…

A1	A2	B1	B2	C1	C2	C3	D1	D2	E	Total
2	2	2	2	3,5	1,5	1,5	1	2	2,5	20